Тематика індивідуальних розрахункових завдань з дисципліни «Математичне програмування»

Завдання 1

Методом Жордана-Гаусса знайти загальний та всі базисні розв'язки системи рівнянь

1. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 3, \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 7x_4 = 4. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 - 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -7, \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 7. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 - 3x_5 = 5, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 4. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1 + 8x_2 + x_3 + 7x_4 = 4, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 6x_4 = 1. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1 - 6x_2 + x_3 + 6x_4 = -2, \\ 2x_1 - 9x_2 + 3x_3 - x_4 = -3, \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x_1 - 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -7, \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 7. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 + 5x_4 = 9, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 5. \end{cases}$

8. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 12x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 = -1. \end{cases}$

9. $\begin{cases} -2x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 + 5x_5 = -4, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 - x_5 = 2. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 + 5x_5 = 3, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 12, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 13. \end{cases}$

11. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 5, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 11. \end{cases}$

12. $\begin{cases} -2x_1 - x_2 - x_3 + 6x_4 + 2x_5 = 1, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 - 5x_5 = 3, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 3x_4 - 7x_5 = -2. \end{cases}$

13. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 6x_3 + x_4 = -3. \end{cases}$

14. $\begin{cases} -3x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 + x_5 = -6, \\ -x_1 - x_2 + 4x_3 + 7x_4 - x_5 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 8. \end{cases}$

15. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 10, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 = 10. \end{cases}$

16. $\begin{cases} 5x_1 - 5x_2 - x_3 + 4x_4 + 4x_5 = -16, \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 - 5x_4 - 3x_5 = 1. \end{cases}$

17. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = 6, \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 6, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

18. $\begin{cases} -2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 3, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - x_5 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 7x_4 - 2x_5 = -3. \end{cases}$

19. $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 + 8x_4 = 27, \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 0, \\ -4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -9. \end{cases}$

20. $\begin{cases} -3x_1 - 2x_2 - x_3 + 6x_4 + 2x_5 = -18, \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 8x_5 = 3, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 9. \end{cases}$

21. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 = -3, \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -5, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 7x_4 = -4. \end{cases}$

22. $\begin{cases} x_1 - 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -7, \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 7. \end{cases}$

23. $\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+5x_4-3x_5=5, \\ 2x_1-2x_2+3x_3-x_4+2x_5=3, \\ 2x_1+3x_2-x_3+3x_4-4x_5=4. \end{cases}$

24. $\begin{cases} x_1+8x_2+x_3+7x_4=4, \\ 3x_1-4x_2+3x_3-x_4=-2, \\ x_1+2x_2-x_3+6x_4=1. \end{cases}$

25. $\begin{cases} x_1-6x_2+x_3+6x_4=-2, \\ 2x_1-9x_2+3x_3-x_4=-3, \\ x_1+6x_2-x_3+4x_4=2. \end{cases}$

26. $\begin{cases} x_1-4x_2+x_3+2x_4=-7, \\ -x_1-x_2+3x_3-2x_4+4x_5=1, \\ x_1+4x_2-x_3+2x_4-3x_5=7. \end{cases}$

27. $\begin{cases} x_1+4x_2+x_3+5x_4=9, \\ 2x_1-x_2+3x_3-x_4=0, \\ x_1+2x_2-x_3+x_4=5. \end{cases}$

28. $\begin{cases} x_1+4x_2+4x_3+x_4=1, \\ 2x_1-x_2+12x_3-x_4=3, \\ x_1+2x_2-4x_3+x_4=-1. \end{cases}$

29. $\begin{cases} -2x_1-x_2-x_3+3x_4+5x_5=-4, \\ -x_1-x_2+2x_3+x_4-3x_5=0, \\ x_1+3x_2-x_3-2x_4-x_5=2. \end{cases}$

30. $\begin{cases} 2x_1-2x_2-x_3+x_4+5x_5=3, \\ 4x_1-x_2-2x_3+3x_4-3x_5=12, \\ x_1+5x_2-x_3-2x_4-2x_5=13. \end{cases}$

31. $\begin{cases} -3x_1-3x_2+3x_3+3x_4+x_5=-6, \\ -x_1-x_2+4x_3+7x_4-x_5=4, \\ 3x_1+3x_2-2x_3-x_4-2x_5=8. \end{cases}$

32. $\begin{cases} -2x_1-x_2-x_3+6x_4+2x_5=1, \\ -x_1-x_2+2x_3+5x_4-5x_5=3, \\ x_1+3x_2-x_3-3x_4-7x_5=-2. \end{cases}$

33. $\begin{cases} x_1+4x_2+4x_3+8x_4=2, \\ 2x_1-x_2+6x_3-4x_4=3, \\ x_1+2x_2-6x_3+x_4=-3. \end{cases}$

34. $\begin{cases} x_1+4x_2+x_3+7x_4=6, \\ 2x_1-x_2+3x_3-2x_4=5, \\ 3x_1+3x_2+4x_3+5x_4=11. \end{cases}$

35. $\begin{cases} x_1+3x_2+2x_3+2x_4=12, \\ 2x_1-x_2+4x_3-x_4=10, \\ x_1+5x_2-x_3+x_4=10. \end{cases}$

36. $\begin{cases} 5x_1-5x_2-x_3+4x_4+4x_5=-16, \\ 4x_1-x_2+3x_3+x_4-x_5=-3, \\ 2x_1+2x_2-x_3-5x_4-3x_5=1. \end{cases}$

37. $\begin{cases} x_1+4x_2+x_3+x_4=6, \\ 2x_1+6x_2+3x_3=6, \\ x_1+2x_2-x_3+x_4=0. \end{cases}$

38. $\begin{cases} -2x_1-x_2-x_3+x_4+x_5=3, \\ -x_1-x_2+2x_3+2x_4-x_5=4, \\ x_1+3x_2-x_3-7x_4-2x_5=-3. \end{cases}$

39. $\begin{cases} -3x_1-2x_2-x_3+6x_4+2x_5=-18, \\ 3x_1-4x_2+2x_3+4x_4-8x_5=3, \\ x_1+3x_2-x_3-5x_4-7x_5=9. \end{cases}$

40. $\begin{cases} x_1-3x_2+4x_3-4x_4=5 \\ x_1+x_2+5x_3+3x_4=2 \\ x_1-7x_2-4x_3-3x_4=-3 \end{cases}$.

41. $\begin{cases} 4x_1+3x_2+2x_3-x_4=-15 \\ -x_1+3x_2-3x_3+2x_4=20 \\ 5x_1-x_2-2x_3+4x_4=12 \end{cases}$

42. $\begin{cases} 2x_1-3x_2+2x_3-2x_4=1 \\ 2x_1-x_2+2x_3+5x_4=-5 \\ -x_1-4x_2+3x_3-x_4=3 \end{cases}$.

43. $\begin{cases} 3x_1-5x_2+6x_3+x_4=-3 \\ x_1+3x_2-x_3+2x_4=4 \\ 8x_1-2x_2+3x_3-3x_4=2 \end{cases}$.

44. $\begin{cases} -x_1+x_2+3x_3+4x_4=7 \\ 3x_1-3x_2+2x_3-x_4=6 \\ x_1+2x_2+3x_3-5x_4=1 \end{cases}$.

45. $\begin{cases} 7x_1-x_2+x_3+2x_4=11 \\ x_1+2x_2-3x_3+x_4=9 \\ 3x_1-x_2+2x_3+3x_4=5 \end{cases}$.

46. $\begin{cases} -2x_1+x_2+3x_3-x_4=12 \\ x_1+2x_2-4x_3=16 \\ 3x_1+2x_2-x_3+6x_4=2 \end{cases}$.

47. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 9 \\ -x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$.

48. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ -x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -8 \\ x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 3 \end{cases}$.

49. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 10 \end{cases}$

50. $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 + 8x_4 = 27, \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 0, \\ -4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -9. \end{cases}$

Завдання 2

Графічним методом знайти розв'язок задачі лінійного програмування ($x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$):

1. $z = -7x_1 - 6x_2 + 19$ (extr)
$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \leq 2. \end{cases}$

2. $z = 9x_1 + 3x_2 + 8$ (extr)
$\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ 5x_1 - 4x_2 \leq 20, \\ 8x_1 + 7x_2 \leq 56. \end{cases}$

3. $z = 4x_1 + 7x_2$ (extr)
$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ -5x_1 + x_2 \leq 0. \end{cases}$

4. $z = 8x_1 - 7x_2$ (extr)
$\begin{cases} x_2 \leq 9, \\ 15x_1 - 5x_2 \leq 90 \\ -3x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 5x_1 + 10x_2 \leq 50. \end{cases}$

5. $z = 2x_1 + 3x_2$ (extr)
$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 + 5x_2 \geq 10. \end{cases}$

6. $z = 3x_1 + 2x_2$ (extr)
$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 6, \\ -4x_1 + 3x_2 \leq 24. \end{cases}$

7. $z = x_1 + 2x_2$ (extr)
$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 1, \\ 3x_1 - x_2 \leq 6. \end{cases}$

8. $z = 6x_1 + 5x_2 - 30$(extr)
$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ 2x_1 + x_2 \geq 8, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0. \end{cases}$

9. $z = 8x_1 + 4x_2 + 22$(extr)
$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ -x_1 + x_2 \leq 8, \\ 10x_1 + 9x_2 \leq 90. \end{cases}$

10. $z = -4x_1 + x_2$ (extr)
$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ 2x_1 + x_2 \geq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \leq 3. \end{cases}$

1**1.** $z = -7x_1 - 6x_2 + 19$ (extr)
$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \leq 2. \end{cases}$

12. $z = 9x_1 + 3x_2 + 8$ (extr)
$\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ 5x_1 - 4x_2 \leq 20, \\ 8x_1 + 7x_2 \leq 56. \end{cases}$

13. $z = 4x_1 + 7x_2$ (extr)
$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ -5x_1 + x_2 \leq 0. \end{cases}$

14. $z = 8x_1 - 7x_2$ (extr)
$\begin{cases} x_2 \leq 9, \\ 15x_1 - 5x_2 \leq 90 \\ -3x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 5x_1 + 10x_2 \leq 50. \end{cases}$

15. $z=3x_1+2x_2$ (extr)

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \le 3, \\ x_1 \ge 6, \\ -4x_1 + 3x_2 \le 24. \end{cases}$$

16. $z=x_1+2x_2$ (extr)

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \ge 3, \\ -x_1 + 2x_2 \le 1, \\ 3x_1 - x_2 \le 6. \end{cases}$$

17. $z=2x_1+3x_2$ (extr)

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \ge 9, \\ x_1 + 2x_2 \ge 8, \\ x_1 + 5x_2 \ge 10. \end{cases}$$

18. $z=8x_1+4x_2+22$(extr)

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \le 0, \\ -x_1 + x_2 \le 8, \\ 10x_1 + 9x_2 \le 90. \end{cases}$$

19. $z=-4x_1+x_2$ (extr)

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \le 12, \\ x_1 - x_2 \ge 0, \\ x_2 \ge 0. \end{cases}$$

20. $z=-3x_1-2x_2+10$(extr)

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 \le 0, \\ 2x_1 + x_2 \ge 6, \\ 2x_1 + x_2 \le 10, \\ -x_1 + x_2 \le 3. \end{cases}$$

21. $z=6x_1+6x_2+10$(extr)

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \le 8, \\ -x_1 + 4x_2 \le 10, \\ x_1 + 2x_2 \ge 4. \end{cases}$$

22. $z=-5x_1-3x_2+5$(extr)

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 7, \\ 4x_1 + 3x_2 \ge 7, \\ x_1 - x_2 \le 2. \end{cases}$$

23. $z=5x_1-6x_2+12$(extr)

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \ge 0, \\ 3x_1 + x_2 \ge 3, \\ x_2 \le 5. \end{cases}$$

24. $z=-5x_1-4x_2+11$(extr)

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \le 0, \\ -x_1 + x_2 \le 6, \\ x_1 + x_2 \le 5, \\ x_2 \le 4. \end{cases}$$

25. $z=3x_1+4x_2$ (extr)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \ge 4, \\ -x_1 + 3x_2 \le 8, \\ 2x_1 - x_2 \le 3. \end{cases}$$

26 $z=5x_1-2x_2+4$(extr)

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \ge -7, \\ x_1 + x_2 \ge 3, \\ x_1 \le 4, \\ x_2 \le 6. \end{cases}$$

27 $z=-x_1+3x_2+6$(extr)

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \ge 3, \\ x_1 \ge 4, \\ x_2 \le 8. \end{cases}$$

28 $z=-3x_1-2x_2$ (extr)

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 \le 4, \\ x_1 + x_2 \ge 4, \\ x_2 \le 5 \end{cases}$$

29. $z=2x_1+4x_2-3$(extr)

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 4, \\ x_1 - x_2 \le 3, \\ x_1 \le 5. \end{cases}$$

30. $z=3x_1+x_2+4$(extr)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 3, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 10, \\ x_1 \le 6. \end{cases}$$

31. $z=-2x_1+2x_2+6$(extr)

$$\begin{cases} -4x_1 + 6x_2 \le 12, \\ -3x_1 - 2x_2 \le -4, \\ x_1 - x_2 \le 4, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 9. \end{cases}$$

32. $z=6-2x_1-3x_2$ (extr)

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \le 16, \\ x_1 - x_2 \ge -6, \\ x_1 + x_2 \ge 4, \\ x_1 \le 5. \end{cases}$$

Завдання 3

Графічним методом знайти розв'язок задачі лінійного програмування, звівши до другої стандартної форми ($x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$):

$z = 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 (extr)$

1. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 7x_4 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = -2 \end{cases}$

$z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 (extr)$

2. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 11 \end{cases}$

$z = -x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 2 (extr)$

3. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 11 \end{cases}$

$z = 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 (extr)$

4. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 2 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 7x_4 = 6 \end{cases}$

$z = x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 (extr)$

5. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 8x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 10 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 4 \end{cases}$

$z = -3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 (extr)$

6. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -5 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 10 \end{cases}$

$z = 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 (extr)$

7. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$

$z = 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 2 (extr)$

8. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 2 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$

$z = x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 (extr)$

9. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = -5 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$

$z = 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 3x_4 (extr)$

10. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - 2x_4 = -2 \end{cases}$

$z = x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 (extr)$

11. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 4 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$

$z = 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 (extr)$

12. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = -4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases}$

$z = -x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 (extr)$

13. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 10 \\ 3x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$

$z = x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 (extr)$

14. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 10x_2 + 8x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 + 15x_2 + 12x_3 - 7x_4 = 5 \end{cases}$

$z = x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 (extr)$

15. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 8 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 - 2x_4 = -2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -5 \end{cases}$

$z = 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + x_4 (extr)$

16. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \end{cases}$

$z=-2x_1+3x_2+x_3+x_4(extr)$

17. $\begin{cases}2x_1-x_2+3x_3+2x_4=4\\3x_1+3x_2+3x_3+2x_4=6\\3x_1-x_2-x_3+2x_4=6\end{cases}$

$z=x_1+2x_2-2x_3+x_4(extr)$

18. $\begin{cases}2x_1+2x_2-x_3+x_4=4\\4x_1+3x_2-x_3+2x_4=6\\8x_1+5x_2-3x_3+4x_4=12\end{cases}$

$z=3x_1-x_2+3x_3+x_4(extr)$

19. $\begin{cases}2x_1+x_2+2x_3+x_4=10\\2x_1-3x_2+x_3-2x_4=1\\-x_1+4x_2-2x_3+x_4=3\end{cases}$

$z=-2x_1-x_2+3x_3+4x_4(extr)$

20. $\begin{cases}x_1+3x_2-x_3+2x_4=4\\5x_1+2x_2+2x_3+x_4=15\\3x_1-x_2+3x_3+4x_4=10\end{cases}$

$z=x_1-2x_2-3x_3+4x_4(extr)$

21. $\begin{cases}3x_1-2x_2+2x_3+x_4=3\\x_1+5x_2-x_3+2x_4=5\\2x_1+2x_2-x_3+3x_4=3\end{cases}$

$z=-2x_1-x_2+3x_3+2x_4(extr)$

22. $\begin{cases}3x_1-x_2+2x_3-x_4=12\\4x_1+3x_2-2x_3+3x_4=-12\\3x_1+4x_2-x_3+2x_4=19\end{cases}$

$z=3x_1+2x_2+x_3-3x_4(extr)$

23. $\begin{cases}3x_1-x_2+3x_3-x_4=6\\-x_1+x_2+2x_3+3x_4=3\\x_1+2x_2+3x_3-4x_4=11\end{cases}$

$z=-2x_1-x_2+2x_3+x_4(extr)$

24. $\begin{cases}2x_1+x_2+x_3+2x_4=3\\x_1-x_2+x_3-3x_4=0\\2x_1-3x_2+4x_3-x_4=1\end{cases}$

$z=-x_1+2x_2+3x_3+x_4(extr)$

25. $\begin{cases}2x_1+x_2-2x_3+x_4=9\\x_1+2x_2-x_3+x_4=9\\3x_1-x_2+x_3+2x_4=14\end{cases}$

$z=x_1-2x_2+x_3+x_4(extr)$

26. $\begin{cases}2x_1+x_2-x_3+x_4=7\\-x_1-2x_2+3x_3-4x_4=-7\\-x_1+x_2+2x_3+3x_4=3\end{cases}$

$z=-x_1-x_2-2x_3+4x_4(extr)$

27. $\begin{cases}3x_1+2x_2-x_3+2x_4=5\\x_1-4x_2+3x_3-x_4=7\\2x_1-x_2+2x_3+x_4=9\end{cases}$

$z=x_1+x_2+2x_3-2x_4(extr)$

28. $\begin{cases}-x_1+3x_2+2x_3-2x_4=12\\2x_1+x_2+x_3+2x_4=7\\4x_1-2x_2+x_3-x_4=0\end{cases}$

$z=2x_1-x_2+2x_3-x_4(extr)$

29. $\begin{cases}2x_1+x_2+3x_3-x_4=22\\-x_1+2x_2-x_3+2x_4=-1\\x_1-x_2+4x_3+5x_4=19\end{cases}$

$z=x_1+3x_2-x_3+3x_4(extr)$

30. $\begin{cases}x_1+2x_2-x_3+3x_4=9\\2x_1-x_2+3x_3-x_4=8\\-x_1+3x_2+x_3-2x_4=11\end{cases}$

$z=x_1+x_2+2x_3-x_4(extr)$

31. $\begin{cases}3x_1-x_2+x_3+2x_4=11\\x_1-2x_2-x_3-x_4=-4\\-x_1+x_2+2x_3+x_4=3\end{cases}$

$z=-2x_1+x_2+3x_3-x_4(extr)$

32. $\begin{cases}2x_1+x_2-x_3+2x_4=9\\x_1-x_2+2x_3-x_4=5\\3x_1+2x_2-x_3+x_4=16\end{cases}$

$z=-x_1-x_2-2x_3+6x_4(extr)$

33. $\begin{cases}2x_1-x_2+x_3+x_4=5\\x_1+2x_2-x_3+2x_4=4\\-x_1-x_2+x_3+x_4=-1\end{cases}$

$z=2x_1+x_2-x_3+x_4(extr)$

34. $\begin{cases}x_1+3x_2+4x_3-2x_4=26\\2x_1-2x_2+3x_3-3x_4=14\\2x_1+x_2+x_3+x_4=12\end{cases}$

$z = 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 (extr)$

35. $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 18 \\ -3x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 8 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$

$z = -2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 (extr)$

36. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 = -3 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = -2 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 31 \end{cases}$

$z = 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 (extr)$

37. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 33 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 6x_4 = 9 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$

$z = -2x_1 - 2x_3 + 3x_3 + 2x_4 (extr)$

38. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 4x_4 = -4 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ -3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$

$z = 3x_1 - 2x_2 - x_3 + 4x_4 (extr)$

39. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 15 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 10 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 35 \end{cases}$

$z = -x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 (extr)$

40. $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 18 \\ -x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 = -23 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$

$z = -x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + 7 (extr)$

41. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -9 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 10 \end{cases}$

$z = x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 (extr)$

42. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 10 \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$

$z = -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 4x_4 + 3 (extr)$

43. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$

$z = -3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 (extr)$

44. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$

$z = -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 (extr)$

45. $\begin{cases} 3x_1 - 6x_2 - x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$

$z = x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - 3 (extr)$

46. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 7 \end{cases}$

$z = 3x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 (extr)$

47. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 4 \end{cases}$

$z = x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 6 (extr)$

48. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 - 3x_4 = 1 \end{cases}$

$z = -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 (extr)$

49. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$

$z = -x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + 2 (extr)$

50. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 3 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$

Завдання 4

Для виготовлення двох видів продукції $П_1$ і $П_2$ використовується три види обмежених ресурсів S_1, S_2, S_3.

Відомі запаси ресурсів $(b_i, i = 1;2;3)$, їх витрати a_{ij} $(i = 1;2;3;\ j = 1;2)$ на одиницю продукції кожного виду, а також прибутки C_j $(j = 1;2)$ від реалізації одиниці продукції кожного виду. Визначити

обсяги виготовлення продукції кожного виду за критерієм найбільшого прибутку, використовуючи симплексний метод. Здійснити аналіз використання ресурсів.

Побудувати двоїсту задачу і на основі основних теорем двоїстості і наслідків з них (умов ”нежорсткості”) знайти оптимальний план двоїстої задачі.

1. $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 182 \\ 140 \\ 250 \end{pmatrix}; c=(c_1;c_2)=(18;20).$

2. $A=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 140 \\ 30 \\ 102 \end{pmatrix}; c=(15;25)$**;3.** $A=\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 3 & 2 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 225 \\ 110 \\ 180 \end{pmatrix}; c=(25;30)$**;**

4. $A=\begin{pmatrix} 15 & 2 \\ 10 & 3 \\ 1 & 12 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 148 \\ 202 \\ 85 \end{pmatrix}; c=(12;14)$**;5.** $A=\begin{pmatrix} 18 & 16 \\ 12 & 10 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 158 \\ 420 \\ 300 \end{pmatrix}; c=(16;18)$**;**

6. $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 420 \\ 320 \\ 160 \end{pmatrix}; c=(20;30)$**;7.** $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 84 \\ 96 \\ 98 \end{pmatrix}; c=(27;21)$**;**

8. $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 7 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 130 \\ 190 \\ 80 \end{pmatrix}; c=(12;16)$**;9.** $A=\begin{pmatrix} 12 & 7 \\ 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 365 \\ 165 \\ 270 \end{pmatrix}; c=(22;24)$**;**

10. $A=\begin{pmatrix} 4 & 15 \\ 15 & 14 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 381 \\ 40 \\ 210 \end{pmatrix}; c=(25;27)$**;11.** $A=\begin{pmatrix} 14 & 8 \\ 9 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 400 \\ 360 \\ 50 \end{pmatrix}; c=(40;42)$**;**

12. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 8 \\ 4 & 15 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 148 \\ 162 \\ 220 \end{pmatrix}; c=(24;16)$**;13.** $A=\begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 6 & 5 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 324 \\ 160 \\ 80 \end{pmatrix}; c=(20;15)$**;**

14. $A=\begin{pmatrix} 16 & 18 \\ 12 & 10 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 540 \\ 120 \\ 480 \end{pmatrix}; c=(16;14)$**;15.** $A=\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 8 & 7 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 464 \\ 189 \\ 740 \end{pmatrix}; c=(18;22)$**;**

16. $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 224 \\ 186 \\ 200 \end{pmatrix}; c=(18;15)$**;17.** $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 345 \\ 129 \\ 810 \end{pmatrix}; c=(20;26)$**;**

18. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 304 \\ 202 \\ 100 \end{pmatrix}; c=(10;12)$**;19.** $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 283 \\ 384 \\ 500 \end{pmatrix}; c=(24;28)$**;**

20. $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 222 \\ 148 \\ 150 \end{pmatrix}; c=(10;14)$**;21.** $A=\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 7 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 400 \\ 120 \\ 80 \end{pmatrix}; c=(21;12)$**;**

22. $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 109 \\ 82 \\ 100 \end{pmatrix}; c=(24;26)$**;23.** $A=\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; b=\begin{pmatrix} 266 \\ 140 \\ 82 \end{pmatrix}; c=(18;22)$**;**

24. $A=\begin{pmatrix}5&1\\6&2\\4&1\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}181\\232\\140\end{pmatrix};c=(25;28)$**;25.** $A=\begin{pmatrix}2&7\\7&3\\2&1\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}186\\160\\130\end{pmatrix};c=(22;18)$**;**

26. $A=\begin{pmatrix}3&8\\8&2\\2&2\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}146\\200\\102\end{pmatrix};c=(18;16)$**;27.** $A=\begin{pmatrix}5&3\\3&2\\2&8\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}225\\85\\155\end{pmatrix};c=(16;24)$**;**

28. $A=\begin{pmatrix}3&1\\2&5\\3&4\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}134\\64\\120\end{pmatrix};c=(18;28)$**;29.** $A=\begin{pmatrix}3&2\\1&1\\5&6\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}45\\85\\120\end{pmatrix};c=(15;20)$**;**

30. $A=\begin{pmatrix}5&4\\4&2\\2&1\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}200\\250\\100\end{pmatrix};c=(14;22)$**;31.** $A=\begin{pmatrix}7&8\\9&4\\5&6\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}400\\180\\262\end{pmatrix};c=(10;16)$**;**

32. $A=\begin{pmatrix}2&2\\7&3\\8&4\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}405\\200\\180\end{pmatrix};c=(12;18)$**;33.** $A=\begin{pmatrix}4&3\\6&3\\5&2\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}140\\160\\180\end{pmatrix};c=(24;26)$**;**

34. $A=\begin{pmatrix}4&8\\2&3\\2&1\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}180\\190\\205\end{pmatrix};c=(20;18)$**;35.** $A=\begin{pmatrix}5&2\\3&2\\2&2\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}135\\85\\300\end{pmatrix};c=(21;24)$**;**

36. $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&2\\5&4\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}140\\200\\85\end{pmatrix};c=(20;30)$**;37.** $A=\begin{pmatrix}2&8\\3&6\\5&4\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}100\\85\\135\end{pmatrix};c=(12;10)$**;**

38. $A=\begin{pmatrix}7&6\\5&4\\3&2\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}400\\405\\120\end{pmatrix};c=(14;16)$**;39.** $A=\begin{pmatrix}2&3\\5&4\\6&7\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}85\\105\\70\end{pmatrix};c=(17;15)$**;**

40. $A=\begin{pmatrix}2&5\\4&3\\9&6\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}108\\200\\350\end{pmatrix};c=(10;18)$**;41.** $A=\begin{pmatrix}1&3\\3&2\\3&1\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}46\\69\\58\end{pmatrix};c=(8;5)$**;**

42. $A=\begin{pmatrix}3&1\\1&3\\4&3\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}45\\55\\84\end{pmatrix};c=(12;18)$**;43.** $A=\begin{pmatrix}3&1\\1&3\\4&2\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}75\\65\\108\end{pmatrix};c=(16;12)$**;**

44. $A=\begin{pmatrix}3&4\\4&2\\2&4\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}54\\40\\50\end{pmatrix};c=(8;16)$**;45.** $A=\begin{pmatrix}5&2\\2&3\\1&8\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}125\\83\\152\end{pmatrix};c=(24;20)$**;**

46. $A=\begin{pmatrix}5&2\\4&3\\6&12\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}98\\84\\182\end{pmatrix};c=(18;10)$**;47.** $A=\begin{pmatrix}2&2\\7&2\\3&8\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}58\\143\\197\end{pmatrix};c=(5;7)$**;**

48. $A=\begin{pmatrix}3&2\\2&2\\2&5\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}273\\200\\380\end{pmatrix};c=(20;16)$**;49.** $A=\begin{pmatrix}3&2\\4&3\\6&8\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}273\\384\\789\end{pmatrix};c=(14;12)$**;**

50. $A=\begin{pmatrix}1&2\\1&4\\2&1\end{pmatrix};b=\begin{pmatrix}182\\316\\238\end{pmatrix};c=(9;8)$**.**

Завдання 5

Симплексним методом, використовуючи метод штучного базису, знайти оптимальний план задачі за умовою *завдання 3*.

Завдання 6

Знайти оптимальний план транспортної задачі, якщо відома матриця вартості перевезень (C_{ij}) одиниці вантажу, запаси (a_i) і потреби (b_j) вантажів. Задачу розв'язати методом найменшої вартості та перевірити на оптимальність методом потенціалів. Побудувати математичну модель транспортної задачі, а також двоїсту до неї.

1. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 3 & 5 & 10 \\ 12 & 8 & 5 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 8 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = & 350; & 250; & 150, \\ b_j = & 100; & 230; & 120; & 180. \end{matrix}$

2. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 8 & 10 \\ 4 & 2 & 6 & 5 \\ 7 & 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = & 200; & 350; & 250, \\ b_j = & 140; & 305; & 240; & 100. \end{matrix}$

3. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 5 & 10 \\ 13 & 10 & 2 & 8 \\ 10 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = & 150; & 250; & 100, \\ b_j = & 250; & 70; & 65; & 185. \end{matrix}$

4. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = & 250; & 120; & 220, \\ b_j = & 240; & 160; & 100; & 80. \end{matrix}$

5. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 4 \\ 10 & 11 & 8 & 10 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = & 190; & 180; & 120, \\ b_j = & 270; & 140; & 100; & 110. \end{matrix}$

6. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 3 \\ 5 & 7 & 7 & 6 \\ 3 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = & 200; & 150; & 250, \\ b_j = & 180; & 140; & 120; & 80. \end{matrix}$

7. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 12 & 10 \\ 10 & 12 & 11 & 13 \\ 10 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = & 450; & 150; & 180, \\ b_j = & 220; & 180; & 210; & 150. \end{matrix}$

8. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 14 & 13 & 12 & 11 \\ 8 & 10 & 12 & 9 \\ 10 & 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = & 200; & 190; & 130, \\ b_j = & 120; & 180; & 200; & 200. \end{matrix}$

9. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 7 & 12 \\ 10 & 8 & 9 & 11 \\ 10 & 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = & 280; & 190; & 160, \\ b_j = & 180; & 210; & 170; & 120. \end{matrix}$

10. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 3 & 10 \\ 3 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 280; & 180; & 90, \\ b_j = & 220; & 100; & 200; & 70. \end{matrix}$

11. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 7 \\ 9 & 8 & 10 & 5 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 120; & 130; & 90, \\ b_j = & 95; & 105; & 130; & 70. \end{matrix}$

12. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 6 \\ 9 & 7 & 10 & 11 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 200; & 170; & 250, \\ b_j = & 190; & 130; & 230; & 110. \end{matrix}$

13. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 14 & 13 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 10 & 9 & 5 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 180; & 140; & 220, \\ b_j = & 100; & 110; & 140; & 160. \end{matrix}$

14. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 7 & 8 & 10 & 9 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 120; & 140; & 100, \\ b_j = & 85; & 115; & 120; & 90. \end{matrix}$

15. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 6 & 8 \\ 10 & 8 & 7 & 11 \\ 10 & 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 280; & 150; & 120, \\ b_j = & 170; & 220; & 160; & 130. \end{matrix}$

16. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 3 & 4 \\ 9 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 170; & 130; & 80, \\ b_j = & 160; & 180; & 120; & 140. \end{matrix}$

17. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 7 & 8 \\ 2 & 10 & 5 & 9 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 340; & 160; & 200, \\ b_j = & 180; & 220; & 185; & 135. \end{matrix}$

18. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 13 & 12 & 10 & 11 \\ 7 & 10 & 6 & 8 \\ 4 & 3 & 4 & 9 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 190; & 110; & 90, \\ b_j = & 100; & 110; & 120; & 80. \end{matrix}$

19. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 2 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 180; & 140; & 120, \\ b_j = & 160; & 100; & 140; & 30. \end{matrix}$

20. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 5 & 7 & 3 & 4 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 170; & 130; & 250, \\ b_j = & 160; & 180; & 140; & 120. \end{matrix}$

21. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 7 \\ 7 & 6 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 210; & 170; & 190, \\ b_j = & 180; & 200; & 150; & 120. \end{matrix}$

22. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 8 & 5 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a_i = & 130; & 100; & 180, \\ b_j = & 190; & 110; & 80; & 90. \end{matrix}$

23. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 & 9 \\ 8 & 4 & 6 & 3 \\ 7 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a_i = & 220; & 150; & 280, \\ b_j = & 150; & 200; & 160; & 200. \end{matrix}$

24. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 4 & 10 \\ 12 & 11 & 3 & 8 \\ 7 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a_i = & 240; & 300; & 210, \\ b_j = & 130; & 170; & 140; & 160. \end{matrix}$

25. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 10 & 3 \\ 7 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a_i = & 340; & 210; & 320, \\ b_j = & 180; & 140; & 150; & 170. \end{matrix}$

26. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 14 & 13 & 10 \\ 11 & 5 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a_i = & 280; & 150; & 120, \\ b_j = & 140; & 130; & 180; & 120. \end{matrix}$

27. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 7 & 6 \\ 3 & 5 & 9 & 4 \\ 4 & 2 & 2 & 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a_i = & 200; & 175; & 225, \\ b_j = & 120; & 180; & 200; & 110. \end{matrix}$

28. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 & 3 \\ 8 & 4 & 10 & 8 \\ 3 & 9 & 6 & 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a_i = & 280; & 150; & 180, \\ b_j = & 160; & 140; & 180; & 150. \end{matrix}$

29. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 6 \\ 11 & 12 & 10 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a_i = & 200; & 260; & 210, \\ b_j = & 210; & 180; & 200; & 160. \end{matrix}$

30. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & 8 \\ 9 & 7 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 10 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a_i = & 220; & 120; & 150, \\ b_j = & 110; & 230; & 150; & 200. \end{matrix}$

31. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 10 & 7 \\ 2 & 10 & 9 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a_i = & 320; & 160; & 120, \\ b_j = & 160; & 160; & 150; & 190. \end{matrix}$

32. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 & 10 \\ 10 & 6 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a_i = & 200; & 260; & 200, \\ b_j = & 170; & 230; & 158; & 140. \end{matrix}$

33. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 10 & 11 & 9 \\ 8 & 7 & 5 & 4 \\ 6 & 3 & 7 & 9 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 180; & 320; & 250, \\ b_j = & 160; & 140; & 140; & 190. \end{matrix}$

34. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 12 & 7 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 9 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 270; & 130; & 320, \\ b_j = & 170; & 230; & 150; & 200. \end{matrix}$

35. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 & 3 \\ 7 & 2 & 3 & 10 \\ 2 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 150; & 160; & 220, \\ b_j = & 225; & 125; & 250; & 140. \end{matrix}$

36. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 7 & 10 \\ 10 & 3 & 12 & 4 \\ 8 & 9 & 6 & 7 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 420; & 240; & 120, \\ b_j = & 240; & 190; & 210; & 150. \end{matrix}$

37. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 6 & 7 \\ 10 & 11 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 280; & 170; & 160, \\ b_j = & 180; & 210; & 180; & 120. \end{matrix}$

38. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 6 & 10 & 11 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 180; & 170; & 250, \\ b_j = & 190; & 130; & 230; & 100. \end{matrix}$

39. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 14 & 12 \\ 4 & 7 & 10 & 9 \\ 3 & 11 & 5 & 7 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 150; & 190; & 250, \\ b_j = & 100; & 90; & 140; & 160. \end{matrix}$

40. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 7 \\ 9 & 8 & 10 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 120; & 160; & 90, \\ b_j = & 80; & 130; & 125; & 75. \end{matrix}$

41. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 3 & 5 & 10 \\ 12 & 8 & 5 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 8 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 350; & 250; & 150, \\ b_j = & 100; & 230; & 120; & 180. \end{matrix}$

42. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 8 & 10 \\ 4 & 2 & 6 & 5 \\ 7 & 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 200; & 350; & 250, \\ b_j = & 140; & 305; & 240; & 100. \end{matrix}$

43. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 5 & 10 \\ 13 & 10 & 2 & 8 \\ 10 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 150; & 250; & 100, \\ b_j = & 250; & 70; & 65; & 185. \end{matrix}$

44. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 250; & 120; & 220, \\ b_j = & 240; & 160; & 100; & 80. \end{matrix}$

45. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 4 \\ 10 & 11 & 8 & 10 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 190; & 180; & 120, \\ b_j = & 270; & 140; & 100; & 110. \end{matrix}$

46. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 3 \\ 5 & 7 & 7 & 6 \\ 3 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 200; & 150; & 250, \\ b_j = & 180; & 140; & 120; & 80. \end{matrix}$

47. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 12 & 10 \\ 10 & 12 & 11 & 13 \\ 10 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 450; & 150; & 180, \\ b_j = & 220; & 180; & 210; & 150. \end{matrix}$

48. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 14 & 13 & 12 & 11 \\ 8 & 10 & 12 & 9 \\ 10 & 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 200; & 190; & 130, \\ b_j = & 120; & 180; & 200; & 200. \end{matrix}$

49. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 7 & 12 \\ 10 & 8 & 9 & 11 \\ 10 & 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 280; & 190; & 160, \\ b_j = & 180; & 210; & 170; & 120. \end{matrix}$

50. $C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 3 & 10 \\ 3 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} a_i = & 280; & 180; & 90, \\ b_j = & 220; & 100; & 200; & 70. \end{matrix}$

***Завдання* 7.**

Модель оптимального розподілу фінансових ресурсів.

Для реалізації чотирьох інвестиційних проектів компанія планує виділити *X* млн. грн. У залежності від ринкової ситуації реалізація цих проектів передбачає отримати відповідні прирости доходів, варіанти котрих наведені в табл. 1

Необхідно розрахувати оптимальний варіант вкладень інвестицій у відповідні проекти. Дані для розрахункових завдань приведені у табл.2 та 3.

Таблиця 1.

Розмір інвестицій, млн. грн	**Приріст прибутків від реалізації відповідних проектів, млн. грн**			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
100	$60+a_1$	$80+a_1$	$40+a_1$	$50+a_1$
200	$120+a_2$	$110+a_2$	$140+a_2$	$180+a_2$
300	$230+a_3$	$240+a_3$	$280+a_3$	$240+a_3$
400	$340+a_4$	$370+a_4$	$320+a_4$	$330+a_4$
500	$410+a_5$	$430+a_5$	$420+a_5$	$440+a_5$

Таблиця 2.

Варіант (остання цифра № залікової книжки)	a_2	a_3	a_4
0	10	30	40
1	20	20	20
2	20	10	30
3	30	10	10
4	10	30	30
5	30	10	40
6	10	30	10
7	20	30	20
8	30	20	30
9	40	10	10

Таблиця 3

Варіант (порядковий № в групі)	a_5	a_1	Варіант (порядковий № в групі)	a_5	a_1
1	5	10	**24**	10	10
2	10	10	**25**	30	10
3	15	5	**25**	30	10
4	20	5	**27**	30	15
5	5	10	**28**	30	20
6	5	10	**29**	40	20
7	5	10	**30**	40	10
8	10	5	**31**	20	30
9	10	5	**32**	30	30
10	10	5	**33**	20	20
11	15	5	**34**	10	40
12	15	5	**35**	10	10
13	15	5	**36**	10	10
14	20	5	**37**	20	10
15	20	5	**38**	20	20
16	20	5	**39**	10	5
17	20	5	**4**	10	5
18	15	0	**41**	25	10
19	15	10	**42**	30	15
20	15	30	**43**	25	5
21	10	35	**44**	10	5
22	5	25	**45**	10	10
23	20	40	**46**	5	25

7. Перелік теоретичних запитань до індивідуальних завдань.

1. Метод Жордана-Гаусса (повного виключення невідомих) знаходження загального розв'язку.
2. Задача про використання ресурсів (випуск продукції).
3. Задача про оптимальне завантаження обладнання.
4. Задача на складання раціону.
5. Транспортна задача лінійного програмування.
6. Задача раціонального розкрою матеріалів.
7. Загальна постановка задачі математичного програмування та їх класифікація.
8. Загальна задача лінійного програмування.
9. Перша стандартна форма задачі ЛП. (Основна задача лінійного програмування з обмеженнями-рівностями).
10. Друга стандартна (форма задачі ЛП.(Основна задача лінійного програмування з обмеженнями-нерівностями).
11. Перетворення першої стандартної форми в другу (на прикладі).
12. Перетворення другої стандартної форми ЗЛП в першу (на прикладі).
13. Випуклі множини (означення, приклади), розв'язок нерівності на координатній площині.
14. Багатокутник розв'язків системи обмежень-нерівностей та його побудова.
15. Знаходження оптимальних вершин багатокутника розв'язків.
16. Обчислення екстремального значення цільової форми.
17. Канонічна форма задачі ЛП.
18. Поняття розв'язків І стандартної форми: допустимого, базисного, опорного, оптимального.
19. Початкова симплекс-таблиця.
20. Критерій оптимальності опорного плану за симплекс-таблицею для задач max і min.
21. Правила переходу від однієї симплекс-таблиці до наступної.
22. Геометрична інтерпретація симплексного методу.
23. Метод штучного базису знаходження початкового опорного плану злп.
24. Двоїстий симплексний метод приведення Її задачі лінійного програмування до канонічної форми.
25. Необхідні та достатні умови Існування опорних розв'язків (критерій допустимості розв'язків системи ЛАР).
26. ЕКОНОМІЧНИЙ зміст двоїстої задачі на задачі про використання ресурсів.
27. Симетричні двоїсті задачі: структура, властивості.
28. Несиметричні двоїсті задачі (на 1-й стандартній формі ЗЛП).
29. Загальні правила складання двоїстих задач.
30. Співвідношення між формами і розв'язками двоїстих задач (основні теореми теорії).
31. Постановка задачі цілочислового програмування.
32. Методи розв'язування ЗЦП.
33. Поняття цілої та дробової частин числа.
34. Метод Гоморрі знаходження цілочислового розв'язку задачі лінійного програмування.
35. Постановка транспортної задачі (економічний зміст та математична модель).
36. Умова розв'язування Т-задачі.
37. Ранг транспортної задачі.
38. Методи знаходження початкового опорного плану Т-задачі: а) діагональний (північно-західного кута); б) найменшого елементу (найменшої вартості).
39. Двоїста задача до транспортної.
40. Критерій оптимальності опорного плану Т-задачі.
41. Відкрита і закрита Т-задача, Зведення відкритої Т-задачі до закритої.
42. Поняття циклу, циклу перерахунку, означеного циклу.
43. Алгоритм методу потенціалів.
44. Загальна постановка задачі нелінійного програмування (ЗНЛП).
45. Необхідні умови екстремуму задачі НЛП без обмежень.
46. Достатні умови екстремуму задачі НЛП без обмежень.
47. Екстремальні точки ЗНЛП з обмеженнями-рівностями. Функція Лагранжа. Необхідні та достатні умови екстремуму.
48. Екстремальні точки ЗНЛП з обмеженнями-рівностями. Умови Кунна-Таккера.
49. Основні поняття: гравці, гра, стратегія гравця.
50. Гра двох гравців із нульовою сумою. Матриця гри.

51. Зведення математичної гри до задачі лінійного програмування.
52. Постановка задачі про розподіл ресурсів.
53. Алгоритм розв’язування задачі про розподіл ресурсів.
54. Рекурентне співвідношення (рівняння Беллмана) для задачі.
55. Основні поняття: події, робота, сітковий графік.
56. Числові характеристики сіткової моделі.
57. Оптимізація сіткових моделей.